ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยาที่มีผลกระทบมาจากนักท่องเที่ยว

Mathematical Model of Chikungunya Fever Transmission with Impact on Tourists

วิรมณ ดุลยะศิริ [1], สุรพล เนาวรัตน์[2] และประสิทธิ์ ทองแจ่ม [3]

บทคัดย่อ

โรคชิคุนกุนยาเป็นโรคที่เกิดจากเชื้อไวรัสชิคุนกุนยา ติดต่อโดยยุงลาย งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยาที่มีผลกระทบมาจากนักท่องเที่ยว โดยพัฒนาจากตัวแบบของสุรพล เนาวรัตน์ วลัยพรรณ ถาวะรัตน์ และ อี หมิง ถัง ผู้วิจัยได้เพิ่มประชากรนักท่องเที่ยวเข้าไปในตัวแบบเดิม การวิเคราะห์ตัวแบบใช้วิธีมาตรฐาน ศึกษาจุดสมดุล หาเสถียรภาพของจุดสมดุล หาคำตอบเชิงวิเคราะห์และเชิงตัวเลข เพื่อใช้ในการสนับสนุนทฤษฎีที่ได้วิเคราะห์ไว้

คำสำคัญ: ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โรคชิคุนกุนยา ค่าระดับการติดเชื้อ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค จุดสมดุลที่มีการระบาดของโรค

Abstract

Chikungunya is a disease caused by a chikungunya virus. The disease is transmitted by *Aedes* mosquitoes. The objectives of this research were to develop a model and to analyze the stability of mathematical model of chikungunya fever transmission with impact of tourists. The development of mathematical model based on Surapol Naowarat Walaipan Tawarat and I Ming Tang's model by adding the tourists

[1] บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี 84100 ประเทศไทย

[2,3] สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี 84100 ประเทศไทย

population in the model. Model analysis by using the standard method to determine the equilibrium points, stability, analytic results and numerical results to support the theories.

Keywords: Mathematical model, Chikungunya, Basic reproductive number, Disease free equilibrium, Disease endemic equilibrium

บทนำ

โรคชิคุนกุนยา (Chikungunya) หรือ โรคไข้ปวดข้อยุงลาย เป็นโรคติดเชื้อไวรัสชิคุนกุนยา (Chikungunya virus : CHIKV) ที่มียุงลายเป็นพาหะนำโรคเหมือนกับโรคไข้เลือดออก ซึ่งเป็น RNA Virus จัดอยู่ใน Genus Alphavirus และ Family Togaviridae ติดต่อสู่มนุษย์โดยยุงลาย (*Aedes* mosquito) จึงมักพบการระบาดในช่วงฤดูฝน(สำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค, 2551)

โรคชิคุนกุนยามีระยะฟักตัวประมาณ 1-12 วัน ระยะติดต่อคือระยะไข้สูงประมาณวันที่ 2-4 ซึ่งเป็นระยะที่มีไวรัสอยู่ในกระแสเลือดมาก อาการของโรค ผู้ป่วยจะมีไข้สูงอย่างฉับพลัน ปวดศีรษะมาก คลื่นไส้ อาเจียน อ่อนเพลีย ผู้ป่วยส่วนใหญ่จะมีอาการปวดข้อ ข้อบวมแดงอักเสบ และเจ็บ เริ่มจากบริเวณข้อมือ ข้อเท้า และข้อต่อของแขนขา อาจพบอาการปวดกล้ามเนื้อด้วย บางรายอาจเป็นเรื้อรังอยู่หลายเดือนหรือเป็นปี ผู้ใหญ่จะมีอาการรุนแรงคือ มักจะมีอาการปวดข้อทั้งข้อมือ ข้อเท้า และเป็นข้ออักเสบ บางครั้งมีอาการรุนแรงมากจนขยับข้อไม่ได้ แต่จะหายภายใน 1-12 สัปดาห์ หรือบางคนอาจจะปวดเรื้อรังอยู่เป็นเดือนหรือเป็นปี และไม่พบผู้ป่วยที่มีอาการรุนแรงถึงช็อกจนเสียชีวิต (สำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค, 2551) จากอาการเจ็บป่วยมักเป็นเวลานาน ทำให้เกิดผลกระทบต่อชุมชนทั้งทางสังคมและเศรษฐกิจ

ในประเทศไทยพบการระบาดของโรคชิคุนกุนยา 7 ครั้ง คือในปี พ.ศ.2531 พบที่จังหวัดสุรินทร์ ปี พ.ศ.2534 พบที่จังหวัดขอนแก่นและปราจีนบุรี ปี พ.ศ.2536 มีการระบาด 3 ครั้ง ที่จังหวัดเลย นครศรีธรรมราช และหนองคาย ปี พ.ศ.2551 พบที่จังหวัดนราธิวาส ปี พ.ศ.2552 พบในจังหวัดพัทลุง (สำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค, 2554)

ข้อมูลรายงานผู้ป่วยพบว่าปี พ.ศ.2551 ได้รับรายงานผู้ป่วย 2,494 ราย ปี พ.ศ. 2552 ได้รับรายงานผู้ป่วยสูงสุด 52,057 ราย ปี พ.ศ. 2553 ได้รับรายงาน 1,565 ราย ปี พ.ศ. 2554 ได้รับรายงาน 169 ราย ปี พ.ศ. 2555 ได้รับรายงาน 85 ราย ตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม – 22 พฤศจิกายน 2556 พบผู้ป่วย 116 ราย ไม่มีรายงานผู้เสียชีวิตในทุกปีที่ผ่านมา (สำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค, 2556)

ขอบเขตของการวิจัย ผู้วิจัยศึกษาการแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยาที่มีผลกระทบจากนักท่องเที่ยว โดยผู้วิจัยได้นำจำนวนนักท่องเที่ยวจังหวัดสุราษฎร์ธานีในปี พ.ศ. 2554 มาเป็นข้อมูลอ้างอิง เนื่องจากจำนวนนักท่องเที่ยวเป็นปัจจัยสำคัญที่มีผลกระทบต่อการแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยา ได้แบ่งนักท่องเที่ยวออกเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ กลุ่มที่ติดเชื้อ และกลุ่มที่มีภูมิคุ้มกันและประชากรในท้องถิ่น ได้แบ่งออกเป็น 3 กลุ่มเช่นเดียวกับนักท่องเที่ยว ส่วนยุงที่เป็นพาหะนำโรคจะศึกษาเฉพาะยุงลาย (*Aedes* mosquito)

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับคือได้ตัวแบบคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยาที่มีผลกระทบมาจากนักท่องเที่ยว เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการกำหนดมาตรการควบคุมการระบาดโรคชิคุนกุนยาต่อไป

วัตถุประสงค์

1. เพื่อพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยาที่มีผลกระทบมาจากนักท่องเที่ยว
2. เพื่อวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยาที่มีผลกระทบมาจากนักท่องเที่ยว

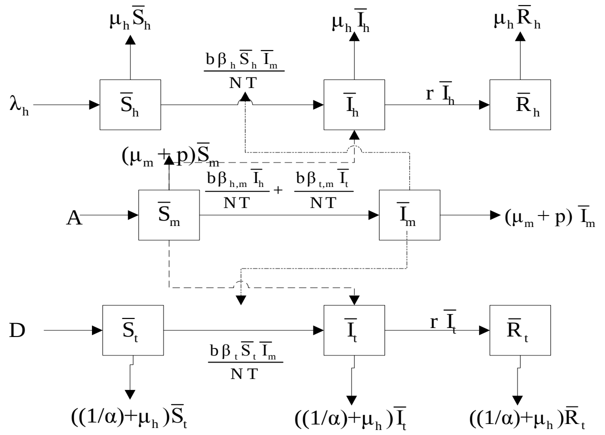
แนวคิด ทฤษฎี กรอบแนวคิด

ผู้วิจัยได้ศึกษาตัวแบบคณิตศาสตร์พื้นฐาน SIR (Susceptible- Infectious - Recovered) ซึ่งแบ่งประชากรออกเป็น 3 กลุ่มคือ กลุ่ม Susceptible เป็นกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ กลุ่ม Infectious เป็นกลุ่มที่ติดเชื้อ กลุ่ม Recovered เป็นกลุ่มที่มีภูมิคุ้มกัน ตัวแบบคณิตศาสตร์นี้เป็นเครื่องมือชนิดหนึ่งที่ใช้ในการศึกษาการระบาดของโรค ดังเช่น สุรพล เนาวรัตน์ วลัยพรรณ ถาวะรัตน์ และ อี หมิง ถัง (2011) ศึกษาวิจัยเรื่องการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยาโดยการใช้ยาฆ่ายุงตัวเต็ม Kongnuy R., Naowanich E. และ P. Pongsumpun (20111) ศึกษาวิจัยเรื่องการวิเคราะห์ตัวแบบการแพร่ระบาดของโรคไข้เลือดออกกับการวินิจฉัยโรคทางคลินิกในประเทศไทย Patanarapelert K. และ I.M. Tang (2007) ศึกษาวิจัยเรื่อง ผลกระทบจากความล่าช้าในการแพร่ระบาดของโรคไข้เลือดออก Derouich M., Boutayeb A.และ EH Twizell (2003) ศึกษาวิจัยเรื่อง ตัวแบบของโรคไข้เลือดออก เสถียรภาพของจุดสมดุลขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ที่แตกต่างกัน การเจริญเติบโตและการแพร่ระบาดของโรคขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ที่แตกต่างกันตัวแบบของโรคไข้เลือดออก เป็นต้น

วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยได้พัฒนาตัวแบบคณิตศาสตร์ จากงานวิจัยของ สุรพล เนาวรัตน์ วลัยพรรณ ถาวะรัตน์ และอี หมิง ถัง (2011) ที่ศึกษาตัวแบบการแพร่ระบาดโรคที่มีมาตรการควบคุมโดยยาฆ่าแมลง และงานวิจัยของพันธนี พงศ์สัมพันธ์ และ อี หมิง ถัง (2005) ที่ศึกษาตัวแบบของโรคไข้เลือดออกกับนักท่องเที่ยว ได้แผนภาพตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดดังภาพที่ 1

จากแผนภาพที่ได้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการส่งให้ผู้เชี่ยวชาญที่เกี่ยวข้องกับศาสตร์นี้โดยตรงตรวจสอบ ซึ่งได้แก่ นักระบาดวิทยาและนักคณิตศาสตร์ เมื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะมา ผู้วิจัยก็ได้ทำการแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำแล้วนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้มาวิเคราะห์ตามแบบมาตรฐาน คือ หาจุดสมดุล เสถียรภาพและวิเคราะห์เชิงตัวเลข



ภาพที่ 1 แผนภาพแสดงตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคชิคุนกุนยาที่มีผลกระทบมาจากนักท่องเที่ยว

เมื่อ N_h, N_t, N_m แทนจำนวนประชากรในท้องถิ่น,จำนวนประชากรนักท่องเที่ยวและจำนวน ประชากรยุง ตามลำดับ NT แทนจำนวนประชากรคน S_h, I_h, R_h แทนจำนวนของประชากรในท้องถิ่นที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ, จำนวนของประชากรในท้องถิ่นที่ติดเชื้อและจำนวนของประชากรในท้องถิ่นที่มีภูมิคุ้ม ตามลำดับ S_t, I_t, R_t แทนจำนวนของประชากรนักท่องเที่ยวที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ,จำนวนของประชากรนักท่องเที่ยวที่ติดเชื้อและจำนวนของประชากรนักท่องเที่ยวที่มีภูมิคุ้มกัน ตามลำดับ S_m, I_m แทนจำนวนของประชากรยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อและจำนวนของประชากรยุงที่ ติดเชื้อ ตามลำดับ λ_h แทนอัตราการเกิดของประชากรคน D แทนอัตราการเดินทางเข้ามาของประชากรนักท่องเที่ยว A แทนอัตราการเกิดใหม่ของประชากรยุง $\beta_h, \beta_t, \beta_{h,m}, \beta_{t,m}$ แทนความน่าจะเป็นที่ประชากรยุงที่ติดเชื้อแพร่ระบาดไปสู่ประชากรในท้องถิ่นที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ

ความน่าจะเป็นที่ประชากรยุงที่ติดเชื้อแพร่ระบาดไปสู่ประชากรนักท่องเที่ยวที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ความน่าจะเป็นที่ประชากรในท้องถิ่นที่ติดเชื้อแพร่ระบาดไปสู่ประชากรยุงเสี่ยงต่อการติดเชื้อความน่าจะเป็นที่ประชากรนักท่องเที่ยวที่ติดเชื้อแพร่ระบาดไปสู่ประชากรยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ตามลำดับ μ_h, μ_m แทนอัตราการตายตามธรรมชาติของประชากรในท้องถิ่นและอัตราการตายตามธรรมชาติของประชากรยุง p แทนอัตราการใช้ยาฆ่ายุงตัวเต็มวัยที่เกิดประสิทธิภาพ b แทนอัตราการกัดของประชากรยุง $1/\alpha$ แทนอัตราการเดินทางออกของประชากรนักท่องเที่ยว r แทนอัตราการมีภูมิคุ้มกันในประชากรในท้องถิ่นและประชากรนักท่องเที่ยว

ผลการวิจัย

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคชิคุนกุนยาเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แบบ SIR จากระบบสมการเมื่อลดทอนแล้ว จะได้

$$\frac{dS_h}{dt} = \mu_h(1-S_h) - b\beta_h \frac{A}{(\mu_m+p)}\frac{I_m}{NT}S_h \qquad (1)$$

$$\frac{dI_h}{dt} = b\beta_h \frac{A}{(\mu_m+p)}\frac{I_m}{NT}S_h - (r+\mu_h)I_h \qquad (2)$$

$$\frac{dS_t}{dt} = ((1/\alpha)+\mu_h)(1-S_t) - b\beta_t \frac{A}{(\mu_m+p)}\frac{I_m}{NT}S_t \qquad (3)$$

$$\frac{dI_t}{dt} = b\beta_t \frac{A}{(\mu_m+p)}\frac{I_m}{NT}S_t - ((1/\alpha)+r+\mu_h)I_t \qquad (4)$$

$$\frac{dI_m}{dt} = \left(b\beta_{h,m}N_h\frac{I_h}{NT} + b\beta_{t,m}\frac{D}{((1/\alpha)+\mu_h)}\frac{I_t}{NT}\right)(1-I_m) - (\mu_m+p)I_m \qquad (5)$$

เมื่อ $S_h + I_h + R_h = 1$, $S_t + I_t + R_t = 1$, $S_m + I_m = 1$

นำสมการ (1) - (5) จัดให้เท่ากับศูนย์ (Leah,1998) เพื่อวิเคราะห์หาจุดสมดุล พบจุดสมดุลสองจุด คือ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค $E_0(S_h, I_h, S_t, I_t, I_m) = (1, 0, 1, 0, 0)$ และ จุดสมดุลที่มีการระบาดของโรค $E_1(S_h^*, I_h^*, S_t^*, I_t^*, I_m^*)$ เมื่อ $S_h^* = \dfrac{1}{1+B_1I_m^*}$, $I_h^* = \dfrac{B_2I_m^*}{1+B_1I_m^*}$, $S_t^* = \dfrac{1}{1+B_3I_m^*}$,

$$I_t^* = \frac{B_4I_m^*}{1+B_3I_m^*}, \quad I_m^* = \frac{-E_2+\sqrt{E_2^2-4E_1E_3}}{2E_1}$$

โดยที่ $B_1 = \dfrac{EH}{\mu_h}$, $B_2 = \dfrac{EH}{(r+\mu_h)}$, $B_3 = \dfrac{ET}{((1/\alpha)+\mu_h)}$, $B_4 = \dfrac{ET}{((1/\alpha)+r+\mu_h)}$

$$E_1 = (Etm\ B_1B_4\ + Ehm\ B_2B_3 + (\mu_m + p)\ B_1B_3)$$

$$E_2 = (Etm\ B_4 + Ehm\ B_2 + ((\mu_m + p)(B_1 + B_3))) - (Etm\ B_1B_4\ + Ehm\ B_2B_3)$$

$$E_3 = (\mu_m + p) - (Etm\ B_4\ + Ehm\ B_2)$$

ค่าระดับการติดเชื้อของโรค $\Re_0 = \sqrt{\dfrac{((1/\alpha) + r + \mu_h)\ Etm\ ET\ + (r + \mu_h)\ Ehm\ EH}{((1/\alpha) + r + \mu_h)\ (\mu_m + p)\ (r + \mu_h)}}$

ศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุล พิจารณาจากค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์จาโคเบียน (Esteva and Vagus,1998)จากระบบสมการ (1) – (5) ได้ดังนี้

$$J = \begin{bmatrix} -\mu_h - EH\ I_m & 0 & 0 & 0 & -EHS_h \\ EH\ I_m & -(r+\mu_h) & 0 & 0 & EHS_h \\ 0 & 0 & -((1/\alpha)+\mu_h) - ET\ I_m & 0 & -ETS_t \\ 0 & 0 & ET\ I_m & -((1/\alpha)+r+\mu_h) & ETS_t \\ 0 & Ehm(1-I_m) & 0 & Etm(1-I_m) & -(Ehm\ I_h + Etm\ _t) - (\mu_m+p) \end{bmatrix}$$

พิจารณาหาค่าลักษณะเฉพาะได้จากสมการลักษณะเฉพาะ $\det(J - \lambda I) = 0$

ณ จุด $E_0 = (1,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0)$ จะได้ค่าลักษณะเฉพาะและสมการลักษณะเฉพาะคือ

$$\lambda_1 = -\mu h, \qquad \lambda_2 = -((1/\alpha) + \mu_h), \qquad \lambda^3 + b_1\lambda^2 + b_2\lambda + b_3 = 0$$

เมื่อ $b_1 = (r + \mu_h) + ((1/\alpha) + r + \mu_h) + (\mu_m + p)$

$b_2 = (r+\mu_h)(\mu_m + p) + ((1/\alpha)+r+\mu_h)(\mu_m + p) + (r+\mu_h)((1/\alpha)+r+\mu_h) - (EhmEH + EtmET)$

$b_3 = (r+\mu_h)((1/\alpha)+r+\mu_h) + (\mu_m + p) - [((1/\alpha)+r+\mu_h)EhmEH + (r+\mu_h)EtmET]$

โดยที่ $b_1 > 0,\ b_3 > 0,\ b_1b_2 > b_3$ สอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz (Leah,1998) ดังนั้น จุดสมดุลที่ไม่มีโรค(E_0)มีความเสถียรภาพแบบ Local asymptotically stable เมื่อ $\Re_0 < 1$

จุดสมดุลที่มีการระบาดของโรค $E_1(S_h^*,\ I_h^*,\ S_t^*,\ I_t^*,\ I_m^*)$ สมการลักษณะเฉพาะ (Esteva and Vagus,1998) คือ

$$\lambda^5 + A_1\lambda^4 + A_2\lambda^3 + A_3\lambda^2 + A_4\lambda + A_5 = 0$$

โดยที่ $A_1 = (a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_{11})$

$A_2 = (a_1(a_3 + a_5 + a_7 + a_{11})) + [((a_3(a_5 + a_7 + a_{10})) + ((a_{11})(a_5 + a_7) + (a_5a_7)) - (a_8a_{10} + a_4a_9)]$

$$A_3 = (a_1\ (a_3 + a_5 + a_7 + a_{11})) + [((a_3\ a_{10})(a_5 + a_7)) + (a_3\ a_5\ a_7) + (a_5\ a_7\ a_{11}) + (a_6\ a_8\ a_{10}) - ((a_3\ a_8\ a_{10}) + (a_5\ a_8\ a_{10}) + (a_4\ a_9(a_5 + a_7)))] + (a_2\ a_4\ a_9)$$

$$A_4 = (a_1[((a_3\ a_{10})(a_5 + a_7)) + (a_3\ a_5\ a_7) + (a_5\ a_7\ a_{11}) + (a_6\ a_8\ a_{10}) - ((a_3\ a_8\ a_{10}) + (a_5\ a_8\ a_{10}) + (a_4\ a_9(a_5 + a_7)))] + [(a_3\ a_5\ a_7\ a_{11}) + (a_3\ a_6\ a_8\ a_{10}) - ((a_3\ a_5\ a_8\ a_{10}) + (a_4\ a_9\ a_5\ a_7))] + [(a_2\ a_4\ a_9)(a_5 + a_7)]$$

$$A_5 = (a_1\ ((a_3\ a_5\ a_7\ a_{11}) + (a_3\ a_6\ a_8\ a_{10}) - ((a_3\ a_5\ a_8\ a_{10}) + (a_4\ a_9\ a_5\ a_7)) + (a_2\ a_4\ a_5\ a_7\ a_9))$$

กำหนดให้ $a_1 = \mu_h + EH\ I_m^*,\quad a_2 = EH\ I_m^*,\quad a_3 = r + \mu_h,\quad a_4 = Ehm\ (1 - I_m^*)$

$a_5 = ((1/\alpha) + \mu_h) + ETI_m^*,\quad a_6 = ET\ I_m^*,\quad a_7 = ((1/\alpha) + r + \mu_h)$

$a_8 = Etm\ (1 - I_m^*),\quad a_9 = EH\ S_h^*, a_{10} = ET\ S_t^*,\quad a_{11} = Etm\ I_t^* + Ehm\ I_m^* + \mu_m + p$

เงื่อนไข $A_i > 0\ ;\ i = 1, 2, 3, 4, 5$

$A_1A_2A_3 > A_3^2 + A_1^2A_4,$

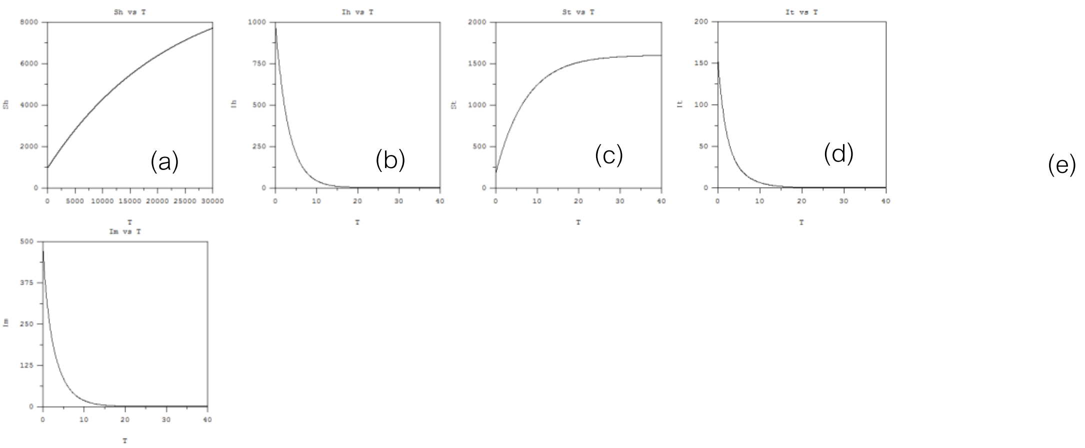
$(A_1A_4 - A_5)\ (A_1A_2A_3 - A_3^2 - A_1^2A_4) > A_5(A_1A_2 - A_3)^2 + A_1A_5^2$

สอดคล้องกับเงื่อนไข Routh-Hutwitz (Leah,1998) ดังนั้นจุดสมดุลที่มีการระบาดของโรค (E_1) มีความเสถียรภาพแบบ Local asymptotically stable เมื่อ $\Re_0 > 1$

ผู้วิจัยได้ศึกษาคำตอบเชิงตัวเลขโดยใช้ค่าพารามิเตอร์ดังตารางที่ 1

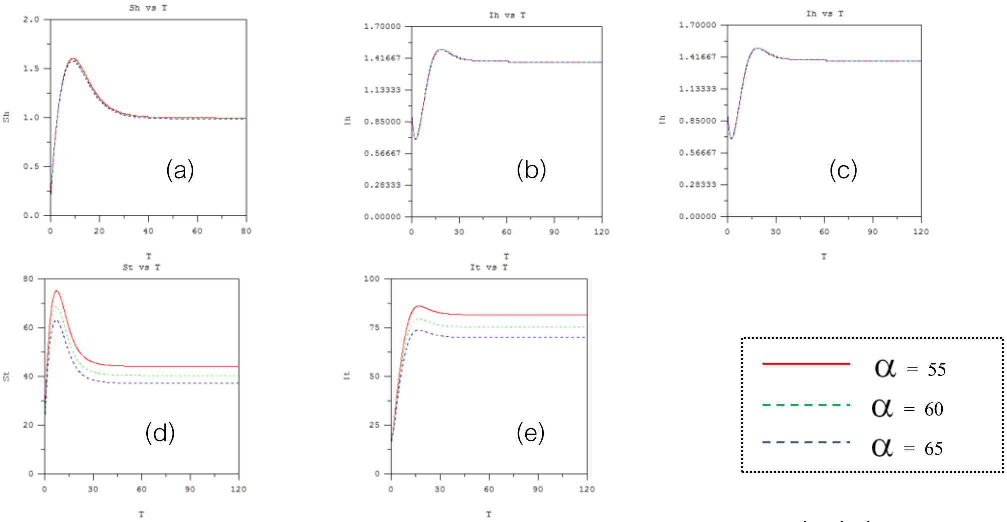
ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ของจุดสมดุลที่ไม่มีโรคของตัวแบบโรคชิคุนกุนยา

พารามิเตอร์	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย	อ้างอิง
N_h	10,000	คน	Naowarat , S. et al , 2011
N_t	1,600	คน	กรมการท่องเที่ยว
N_m	5,000	ตัว	Naowarat , S. et al , 2011
A	5,000	ตัว	Naowarat , S. et al , 2011
μ_h	0.0000457	คน/วัน	Naowarat , S. et al , 2011
μ_m	0.071	ตัว/วัน	Puntani and I-Ming Tang, 2005
β_h	0. 5		Naowarat , S. et al , 2011
β_t	0.7		
$\beta_{h,m}$	0.7		Naowarat , S. et al , 2011
$\beta_{t,m}$	0.7		
D	100	คน/วัน	
p	1		Naowarat , S. et al , 2011
α	55	วัน	
r	0.33	คน/วัน	Puntani and I-Ming Tang, 2005
b	1	ครั้ง/วัน	Naowarat , S. et al , 2011



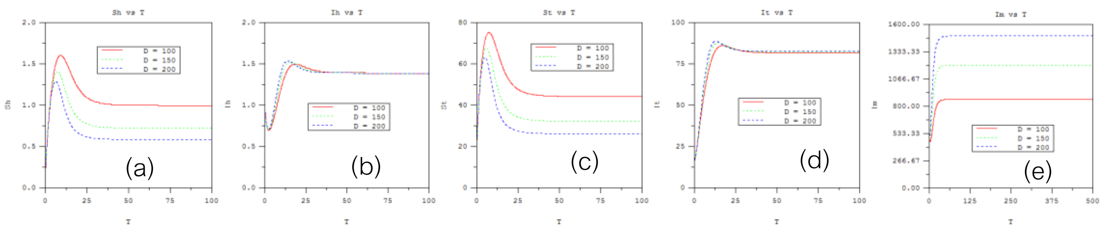
ภาพที่ 3 คำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของ (a) ประชากรท้องถิ่นที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (b) ประชากรท้องถิ่นที่ติดเชื้อ (c) ประชากรนักท่องเที่ยวที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (d) ประชากรนักท่องเที่ยวที่ติดเชื้อ และ (e) ประชากรยุงที่ติดเชื้อ เทียบกับเวลา (T) ในสภาวะไม่มีโรค

จากกราฟจะเห็นได้ว่าคำตอบเชิงตัวเลขของระบบจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลที่ไม่มีโรค $E_0 = (1, 0, 1, 0, 0)$ ที่ $\Re_0 = 0.770464$



ภาพที่ 4 คำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของ (a) ประชากรท้องถิ่นที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (b) ประชากรท้องถิ่นที่ติดเชื้อ (c) ประชากรนักท่องเที่ยวที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (d) ประชากรนักท่องเที่ยวที่ติดเชื้อ และ (e) ประชากรยุงที่ติดเชื้อ เทียบกับเวลา (T) ในสภาวะที่มีการระบาดของโรค เมื่อพิจารณาระยะเวลาการอาศัยอยู่ของประชากรนักท่องเที่ยว

จากกราฟจะเห็นได้ว่าคำตอบเชิงตัวเลขของระบบจะลู่เข้าสู่ จุดสมดุลที่มีการระบาดเมื่อระยะเวลาการอาศัยอยู่ของประชากรนักท่องเที่ยวเป็น $\alpha = 55$, $\alpha = 60$, $\alpha = 65$ จะได้ค่า $\Re_0 = 10.19$, $\Re_0 = 10.39$ และ $\Re_0 = 10.59$ ตามลำดับ



ภาพที่ 5 คำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของ (a) ประชากรท้องถิ่นที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (b) ประชากรท้องถิ่นที่ติดเชื้อ (c) ประชากรนักท่องเที่ยวที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (d) ประชากรนักท่องเที่ยวที่ติดเชื้อ และ (e) ประชากรยุงที่ติดเชื้อเทียบกับเวลา (T) ในสภาวะที่มีการระบาดของโรค เมื่อพิจารณาอัตราการเดินทางเข้าของประชากรนักท่องเที่ยว

จากกราฟจะเห็นได้ว่าคำตอบเชิงตัวเลขของระบบจะลู่เข้าสู่ จุดสมดุลที่มีการระบาดของโรค เมื่ออัตราการเดินทางเข้าของประชากรนักท่องเที่ยวเป็น D = 100, D = 150 และ D = 200 จะได้ค่า $\Re_0$ = 10.19, $\Re_0$ = 11.21และ $\Re_0$ = 12.15 ตามลำดับ

สรุป

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยาที่มีผลกระทบมาจากนักท่องเที่ยว ผลการวิจัยพบว่า ระยะเวลาการอาศัยอยู่ของนักท่องเที่ยวและอัตราการเดินทางเข้ามาของนักท่องเที่ยว มีผลต่อการแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยา เมื่อนักท่องเที่ยวอาศัยอยู่เป็นเวลานานก็จะมีผลให้การแพร่ระบาดเพิ่มขึ้น และเมื่อนักท่องเที่ยวเดินทางเข้ามาในพื้นที่มากขึ้นก็ทำให้การแพร่ระบาดเพิ่มขึ้นเช่นกัน

จากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อศึกษาจุดสมดุลของตัวแบบ ศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุล และตรวจสอบเสถียรภาพของจุดสมดุลพบว่าจุดสมดุลทั้งสองเป็น Local asymptotically stable ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค (E_0) พบว่ามีค่าระดับการติดเชื้อของโรค ($\Re_0$) เท่ากับ 0.77 และจุดสมดุลที่มีการระบาดของโรค (E_1) เมื่อพิจารณาอัตราการเดินทางเข้ามาของประชากรนักท่องเที่ยวจะเข้าสู่จุดสมดุลที่มีโรค เมื่อค่า D = 100, D = 150 และ D = 200 จะได้ค่าระดับการติดเชื้อของโรค $\Re_0 = 10.19$ $\Re_0 = 11.21$ และ $\Re_0 = 12.15$ ตามลำดับ และเมื่อระยะเวลาการอาศัยอยู่ของประชากรนักท่องเที่ยวจะเข้าสู่จุดสมดุลที่มีโรค เมื่อค่า α = 55, α = 60 และ α = 65 จะได้ค่าระดับการติดเชื้อของโรค $\Re_0 = 10.19$ $\Re_0 = 11.21$ และ $\Re_0 = 12.15$ ตามลำดับ สรุปได้ว่าการแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยาที่มีผลกระทบมาจากนักท่องเที่ยวและเวลาที่นักท่องเที่ยวอยู่ในประเทศไทย ดังนั้น อัตราการเดินทางเข้ามาของนักท่องเที่ยวและระยะเวลาการอาศัยอยู่ของนักท่องเที่ยวที่เพิ่มขึ้นมีผลทำให้มีการระบาดของโรคเพิ่มมากขึ้นด้วยตามลำดับ

ข้อเสนอแนะจากผลการวิจัย อัตราการเดินทางเข้าและระยะเวลาการอาศัยอยู่ของนักท่องเที่ยวในแต่ละพื้นที่อาจแตกต่างกัน ดังนั้นในการที่จะควบคุมโรคให้มีการระบาดน้อยลงจะต้องมีการควบคุมจำนวนนักท่องเที่ยวที่เดินทางเข้ามายังพื้นที่ ให้อยู่ในระดับที่เหมาะสม

คำขอบคุณ

ผู้เขียนขอขอบคุณ ผศ.ดร.สุรพล เนาวรัตน์ และรศ.ประสิทธิ์ ทองแจ่ม คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี และ ผู้มีส่วนเกี่ยวข้องที่ให้การสนับสนุน

เอกสารอ้างอิง

กรมการท่องเที่ยว. (3 กันยายน 2554). *สถิตินักท่องเที่ยว*. สืบค้นจาก http://www.tourism.go.th/2010/th/statistic/tourism.php?cid=30

สำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข. (2551). *ความรู้เรื่องโรคชิคุนกุนยา (Chikungunya)* สืบค้นจาก http://www.thaihealth.or.th/healthcontent/article/6311

สำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข. (2551). *รายงานเฝ้าระวังโรคชิคุนกุนยา ระบบ 506* สืบค้นจาก http://www.boe.moph.go.th/boedb/d506_1/ds_wk2pdf.php?ds=84&yr=56

_______. (2554). *รายงานเฝ้าระวังโรคชิคุนกุนยา, ระบบ 506.* สืบค้นจาก http://www.boe.moph.go.th/index.php

สำนักโรคติดต่อนำโดยแมลง *กรมควบคุมโรค* กระทรวงสาธารณสุข. (2551-2553). สืบค้นจาก http://www.boe.moph.go.th/index.php

Derouich, M., Boutayeb, A., & Twizell, EH. (2003). A Model of Dengue Fever*. Bio Medical Engineering*. (1-10).

Esteva, L. & Vagus,C. (1998). Analysis of a dengue disease Transmission model. *Mathematical Bioscience*, 150,131-151.

Leah, E.K., (1998). *Mathematical Models in Biology*. New York : Random House.

Kongnuy, R., Naowanich, E., & Pongsumpun, P., (2011*). Analysis of a dengue disease transmission model with clinical diagnosis in Thailand.* (5: 594-601).

Naowarat, S., Tawarat, W., & Tang, I.M., (2011). Control of the Transmission of Chikungunya Fever Epidemic Through the use of Adulticid*. Science Publication*. (6: 558-565).

Patanrapelert, K., & Tang, I.M., (2007). *Effect of Time Delay on the Transmission of Dengue Fever.* (34: 395-403).